Física Estadística

Relación 5: Colectividad macrocanónica

Problema 1. Obtenga la función de partición macrocanónica de un gas ideal clásico sin estructura interna, en función de V, T y μ. A partir de ella calcule la entropía. Compruebe que, expresando la entropía en términos de (T, V, N), se llega a la misma expresión que la obtenida empleando las colectividades canónica y microcanónica.

Problema 2. Un sistema macroscópico en equilibrio está formado por partículas distinguibles del mismo tipo, que pueden estar en dos posibles niveles energéticos: uno con energía nula y otro con energía $+\varepsilon$. El nivel superior posee degeneración g, mientras que el nivel fundamental no está degenerado. Calcule la función de partición macrocanónica y la energía media del sistema en función del número medio de partículas.

Problema 3. Consideremos un sistema de N partículas con dos posibles estados de espín. Las partículas, que se encuentran localizadas en posiciones definidas de una red cristalina (i.e. son distinguibles) y no interaccionan entre sí, tienen momento magnético $\vec{\mu}_m$ y están sometidas a un campo magnético externo $\vec{B} = B\hat{z}$ en la dirección positiva del eje $\hat{z}$. Suponemos, para simplificar, que los espines sólo pueden orientarse paralelamente o antiparalelamente al campo, $s_z(i) = \pm 1$, por lo que el Hamiltoniano del sistema es $H = -\mu_m \sum_{i=1}^{N} s_z(i) B$. Usando la colectividad macrocanónica, calcule la energía media del sistema y discuta su comportamiento para $T \to 0$ y $T \to \infty$.

Problema 4. Un gas clásico en equilibrio está formado por N partículas que no interactúan entre sí, y que se mueven dentro de un recipiente de área S y altura $4L$. Las partículas están sometidas a la acción de un campo externo dado por:

$$V(z) = \begin{cases} 2V_0 & 0 < z < 2L \\ V_0 & 2L < z < 3L \\ 0 & 3L < z < 4L \end{cases} \qquad V_0 > 0$$

Además, cada partícula posee grados de libertad internos discretos, de forma que puede estar en dos estados cuánticos distintos de energía 0 y ε, con degeneración 1 y 3, respectivamente.

1. Calcule la función de partición canónica del sistema.
2. Determine las probabilidades de que, al escoger una partícula cualquiera, ésta se encuentre en las regiones A, B y C. Estudie qué ocurre con estas probabilidades en el límite de temperaturas elevadas y temperaturas bajas.

3. Determine el número medio de partículas en la región B que se encuentra en el estado ε.
4. Suponiendo que el sistema se encuentra abierto al exterior y en equilibrio, obtenga la función de partición macrocanónica.
5. Calcule el número medio de partículas, $\langle N \rangle$, en función de la temperatura, el volumen y la fugacidad del sistema.