

Física Estadística

Relación 3: Colectividad Microcanónica

Problema 1. Obtenga las expresiones de la superficie y el volumen de una hiperesfera n -dimensional de radio R .

Problema 2. Calcular el número de estados y la densidad de estados de un sistema ideal de N osciladores armónicos unidimensionales *distinguibiles* de masa m y frecuencia ω , sabiendo que el Hamiltoniano del sistema es:

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^N \left[\frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 q_i^2 \right]$$

Problema 3. El modelo de Einstein supone que un sólido formado por N átomos puede interpretarse como un conjunto de $3N$ osciladores armónicos cuánticos de igual frecuencia, ω , que no interactúan entre sí. La energía total del sistema viene dada por

$$E = \sum_{i=1}^{3N} E_i = \sum_{i=1}^{3N} \hbar\omega \left(n_i + \frac{1}{2} \right) \quad n_i = 0, 1, 2, \dots, \infty$$

con $\hbar = h/2\pi$, siendo h la constante de Planck. Utilizando la colectividad microcanónica junto con el modelo de Einstein estudie un sólido aislado y en equilibrio con energía total E , y determine las funciones $S = S(E, N)$ y $E = E(T, N)$. Compruebe que en el límite $T \rightarrow \infty$ se obtiene el resultado clásico.

Problema 4. Emplee la colectividad microcanónica para obtener la energía libre de Helmholtz $A = A(T, N)$ en función de la temperatura para un sistema constituido por N partículas distinguibles, cada una de las cuales puede estar en dos niveles de energía distintos (no degenerados) de valor $-\varepsilon$ y $+\varepsilon$. Estudie también el comportamiento de la entropía en los límites $T \rightarrow 0$ y $T \rightarrow \infty$.

Problema 5. Un sistema formado por N partículas distinguibles que pueden estar en dos niveles de energía, uno con energía nula y otro con energía $+\varepsilon$, se encuentra aislado y en equilibrio. El nivel superior posee una degeneración $g > 1$, mientras que el nivel fundamental no está degenerado. La energía total del sistema es E . Empleando la colectividad microcanónica, encuentra los valores medios de los números de ocupación de cada nivel n_+ y n_0 , en términos de la temperatura del sistema.